ANALIZA PERFORMANTELOR AERODINAMICE ALE UNEI TURBINE CU AX VERTICAL PENTRU ACOPERISURI IN DOUA APE.

Metoda de estimare a performantelor aerodinamice ale rotorului cu ax vertical pentru acoperisul in doua ape se bazeaza pe analize de tip CFD (Computational Fluid Dynamics).

Pentru rularea modelului CFD este nevoie de modelarea si simplificarea geometriei turbinei. Aceasta simplificare intriduce cu sine un anumit grad de idealizare care ar putea duce la alterarea estimarii performantelor aerodinamice. Corectarea acestor estimari se poate face, insa la un cost computational mult crescut. Printre simplificari vom numi, restrangerea domeniului de calcul la o zona foarte mica, curgrea in interiorul carcasei, impunerea unor conditii la limita la intrarrea/iesirea din carcasa care nu corespund perfect realitatii si simplificarea interiorului carcasei in vederea generarii unui model de calcul abordabil. De asemenea analiza CFD nu a luat in calcul taote regimurile de functionare ci un numar restrans de parametrii de curegre/functionare au fost analizati.

Modelul geometric a fost mutat astfel incat sa aiba axa de rotatie in punctul (x=0.0; y=0.0). Grila geometriei este compusa din doua domenii, numite *stator* si *rotor*. Statorul este format din domeniul definit de carcasa, intrare, iesire si interfata cu alunecare. Rotorul este domeniul cuprins intre interfata cu alunecare si rotorul propriu-zis al turbinei; acest domeniu este pus imreuna cu grila asociata lui intr-o miscare de rotatie cu diverse viteze unghiulare, Ω, (16.67; 10, 5, $10/\pi$, 2, $10/2\pi$)rad/s, vezi Figura 1.

Analiza prezenta are la baza metoda volumelor finite pentru discretizarea ecuatiilor curgerii si foloseste pentru modelarea turbulentei o mediere de tip **RANS** (Reynolds Averaged Navier-Stokes) bazata pe modelul de turbulenta **SST k-omega**. Grila creata are un y+ de aproximativ 1 in zona peretilor carcasei si rotorului. Modelul SST k-omega este preferat in acest caz pentru simularea curgerii nestationare in turbina pentru acuratetea cu care prezice coeficientii aerodinamici si desprinderea stratului limita. Estimarea corecta a desprinderea stratului limita de pe peretii carcasei si rotorului este cruciala in prezicerea performatelor turbinei.

Bazele simularilor de tip CFD - RANS si descrierea modelului de turbulenta folosit sunt descrise in Anexa 1.

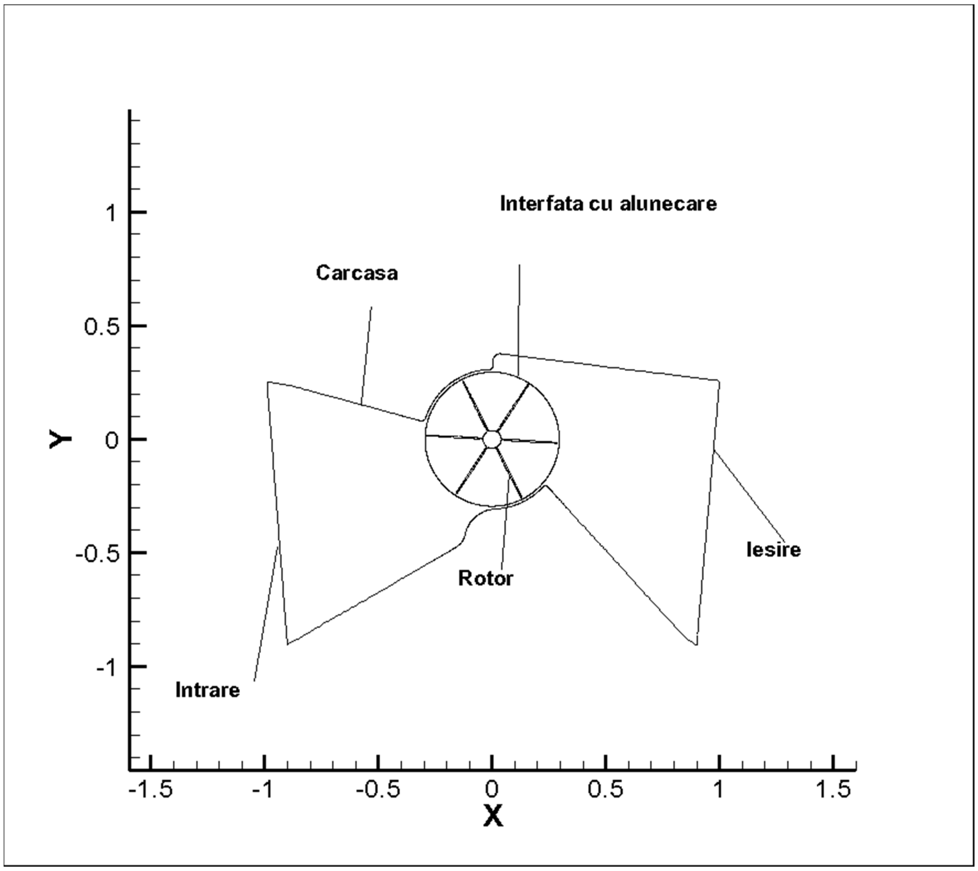

Figura 1. – Model computational simplificat

REZULTATE

a. Ω = 16.67 rad/s

   Rezultatele analizei campurilor de presiune si a liniilor de curent ne arata o curgere cu probleme la iesire cu multe vartejuri. De asemenea se poate observa pe liniile de curent ca nici intrarea in turbina nu sta mult mai bine, existand un debit important de curent care se scurge prin partea superioara a carcasei generand un moment opus sensului de rotatie impus rotorului, Fig 2 si 3.

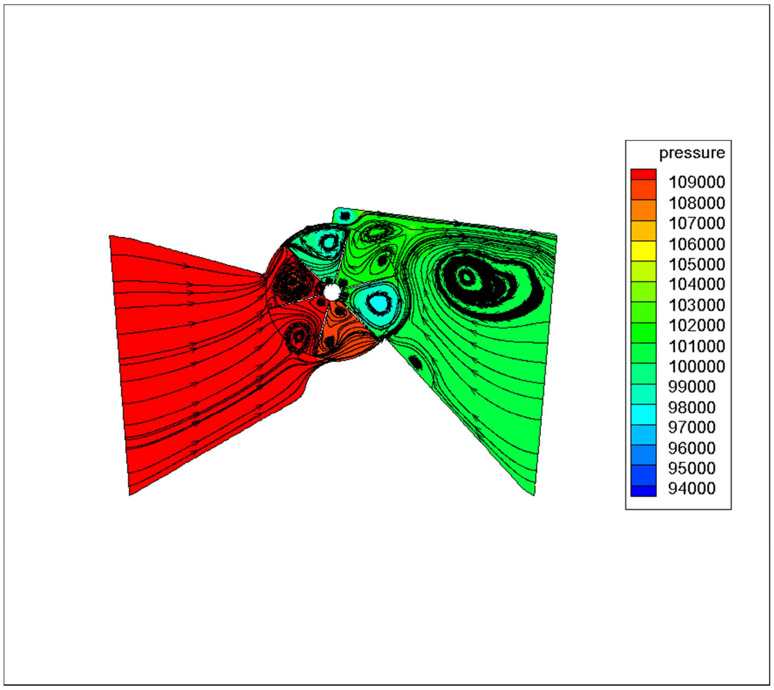

Figura 2. Campul de presiune statica si liniile de curent, vant din stanga

Iesirea contaminata de vartejuri de talie mare inseamna un debit mic evacuat si o crestere de presiune in amonte, fapt care are doua consecinte

- Aerul din amontele carcasei va avea tendinta sa ocoleasca intrarea, si deci debitul ce intra in turbina scade
- Presiunea crescuta pe palete va genera un moment ce se va opune sensului actual de rotatie.

Coeficientul de moment mediu este -8.4735. Semnul minus din fata sa reprezinta faptul ca pentru configuratia actuala pentru a imprima rortorului o viteza de 16.67 rad/s turbina necesita un surplus de putere la ax.

Variatia in timp a acestuia este prezentata in Fig. 4.

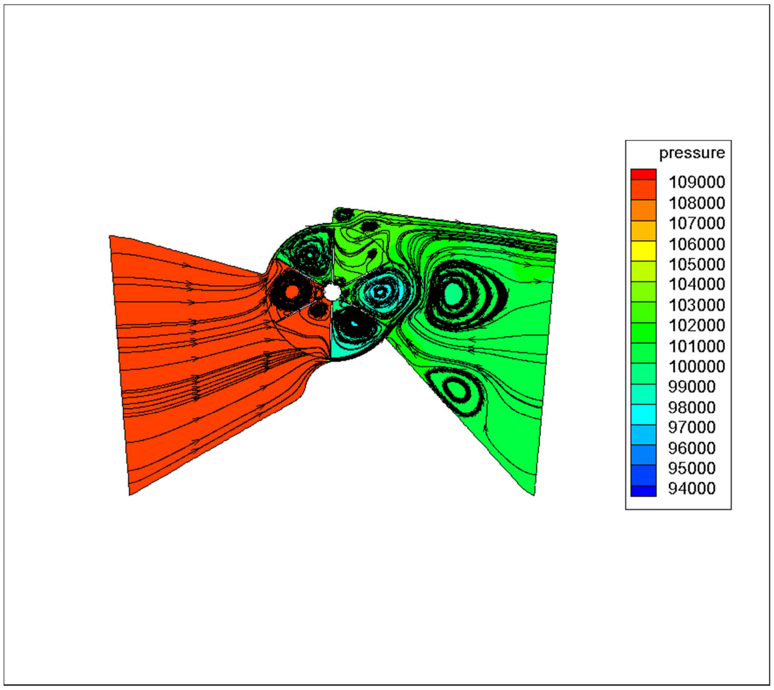

Figura 3. Campul de presiune statica si liniile de curent, vant din stanga

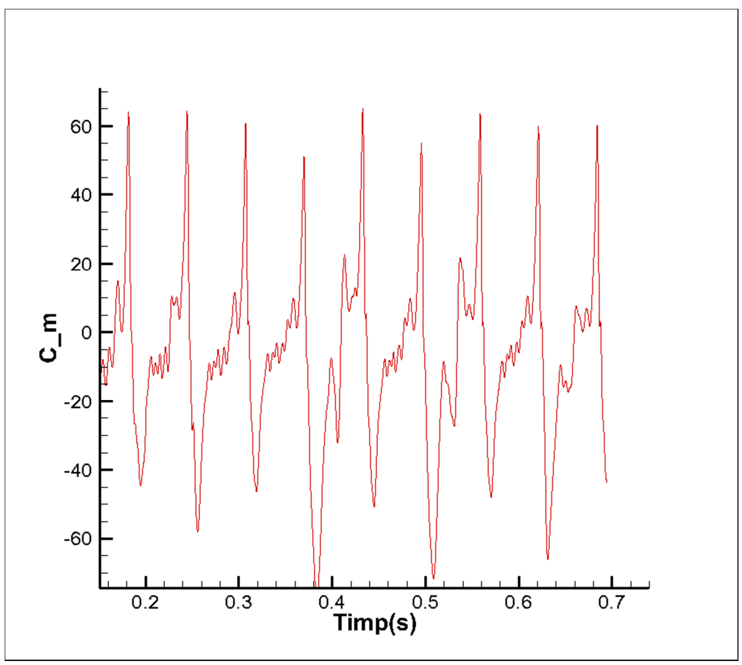

Figura 4. Variatia in timp a cuplului rotorului

b. Ω = 10 rad/s

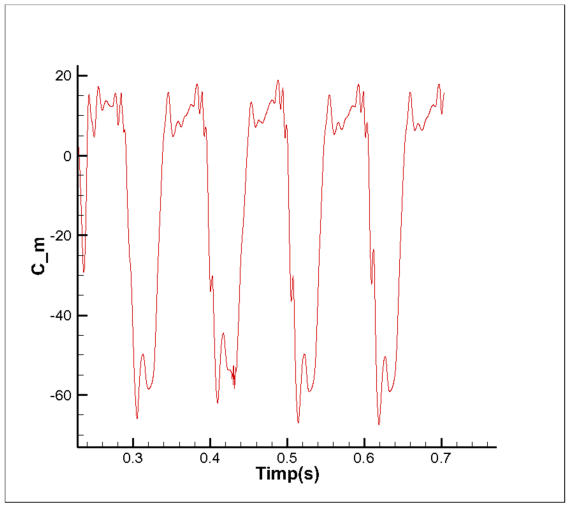

Figura 5. Variatia in timp a cuplului rotorului

c. Ω = 5 rad/s

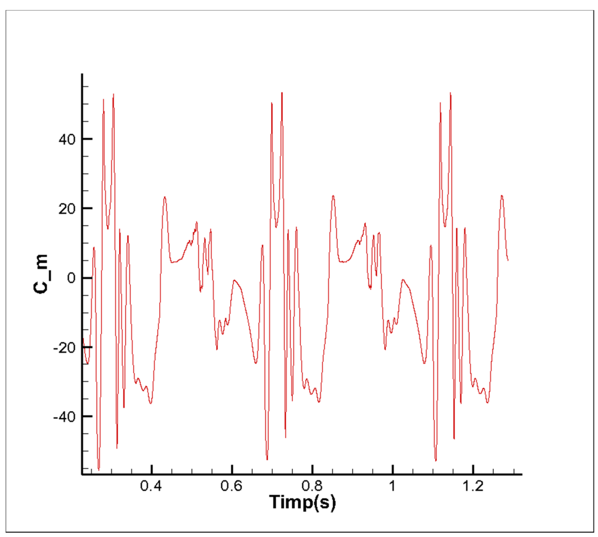

Figura 6. Variatia in timp a cuplului rotorului

d. $\Omega = 10/\pi$ rad/s

Aceasta configuratie are Cp = 0.35, maxim.

Suplimentar se vor artata si liniile de curent la ultimul meoment de timp in Fig. 8.

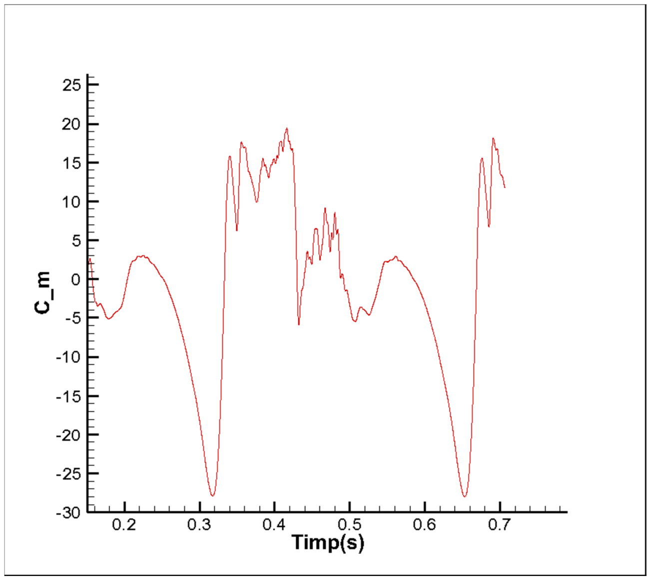

Figura 7. Variatia in timp a cuplului rotorului

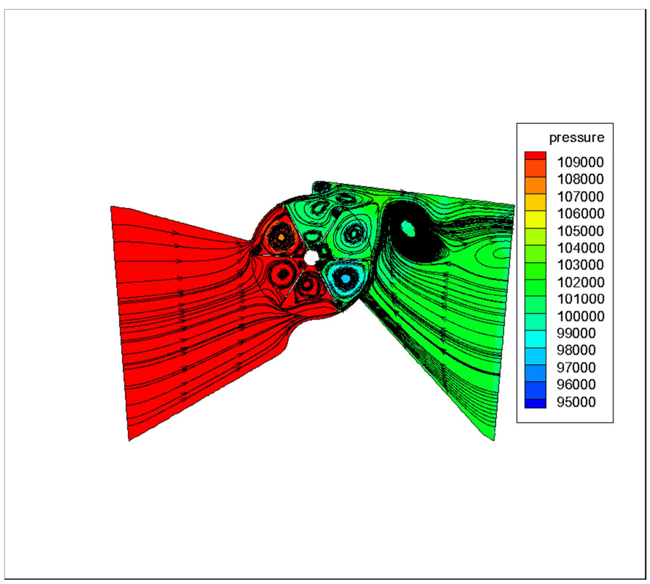

Figura 8. Campul de presiune statica si liniile de curent, vant din stanga

e. Ω = 2 rad/s

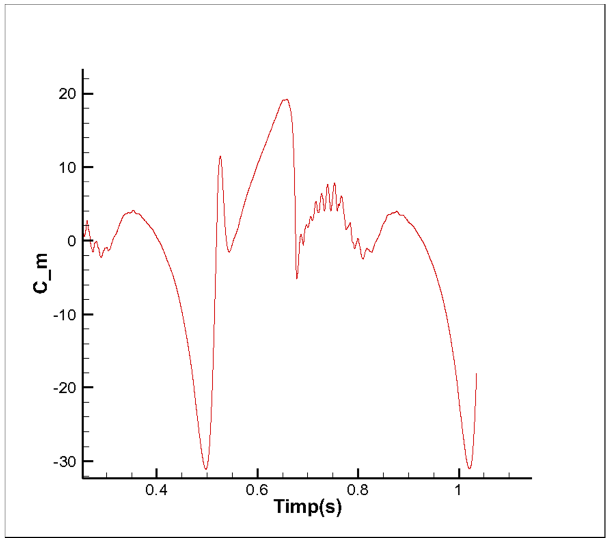

Figura 9. Variatia in timp a cuplului rotorului

f. Ω = 10/2π rad/s

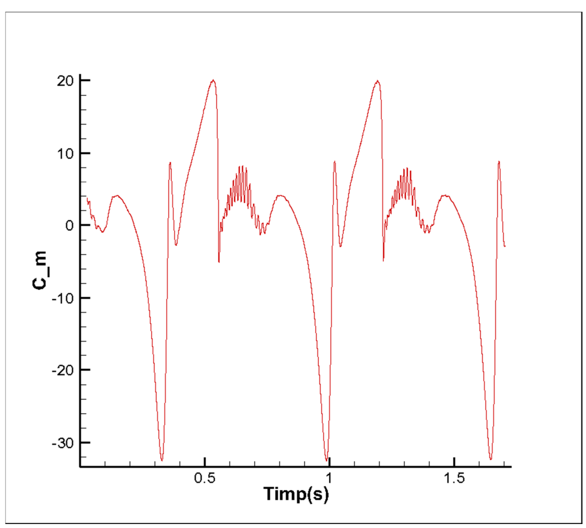

Figura 10. Variatia in timp a cuplului rotorului

Concluzii configuratia 1.

Valorile discutate mai sus pentru coeficientii de moment si putere sunt tabelate mai jos. Din aceste date rezulta ca este nevoie a se reconfigura interiorul carcasei pentru a se reduce zonele de recirculare de la iesire, si pentru a evita cresterea de presiune din amonte si posibilitatea ca aerul sa ocoleasca intregul dispozitiv.

Sugeram folosirea chiar si a unei turbine Savonius in conjunctie cu reproiectarea carcasei interioare.

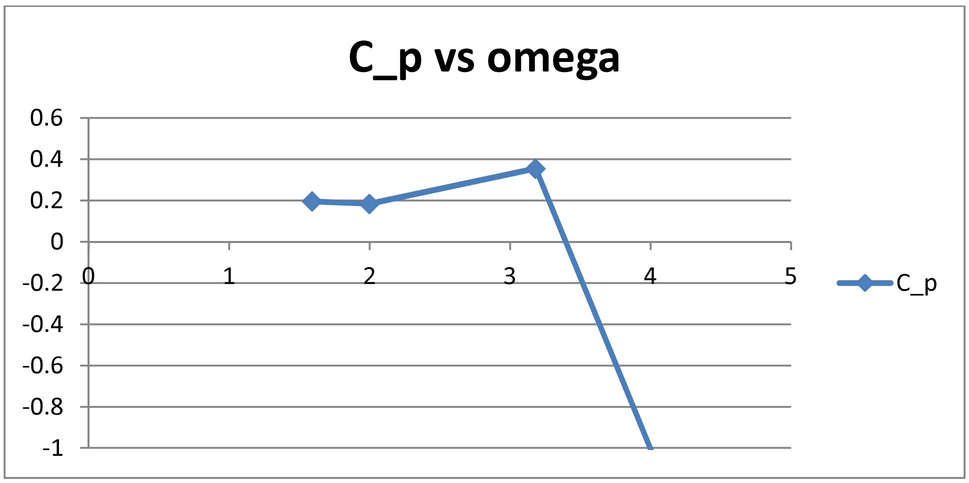

Figura 11. Coeficientul de putere in functie de viteza unghiulara

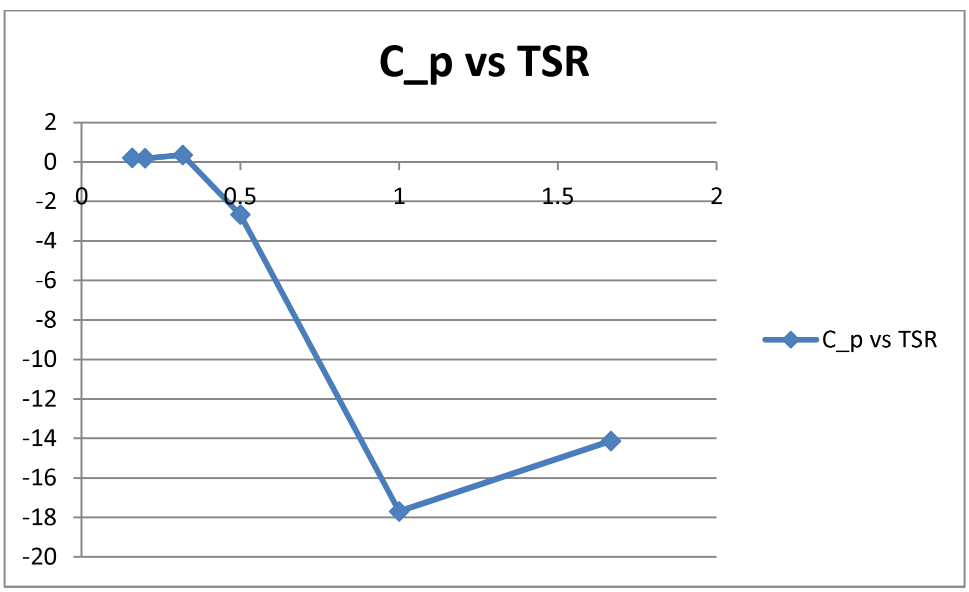

Figura 12. Coeficientul de putere in functie de raportul adimensional al vitezei tangentiale de la varful palei si a vantului

c_m	omega	Cp	V	R	TSR
-8.5	16.7	-14.1	3	0.3	1.67
-17.7	10	-17.7	3	0.3	1
-5.3	5	-2.67	3	0.3	0.5
1.1	3.2	0.35	3	0.3	0.32
0.9	2	0.18	3	0.3	0.2
1.2	1.56	0.19	3	0.3	0.16

Tabelul 1. – Valori cu vantul de la stanga la dreapta

Schimbarea directiei vantului.

Suplimentar s-au efectuat simulari prin schimbarea directie din acre bate vantul. Pentru aceasta noua configuratie s-a constatat imbunatatirea coeficientilor aerodinamici si cresterea puterii extrase. Acest lucru se datoreaza performantelor crescute ale carcasei atunci cand aerul vine din partea dreapta. Dupa cum se poate vedea si din figurile de mai jos aerul loveste palele rotorului la un unghi ce nu permite pierderea unui debit atat de insemnat prin interstitiul dintre pale si carcasa.

In cazul vantului din partea stanga se poate observa ca aerul nu numai ca scapa prin interstitiul dintre rotor si carcasa, dar in mod defavorabil impacteaza unele dintre pale genrand un cuplu negativ (vezi figura 8).

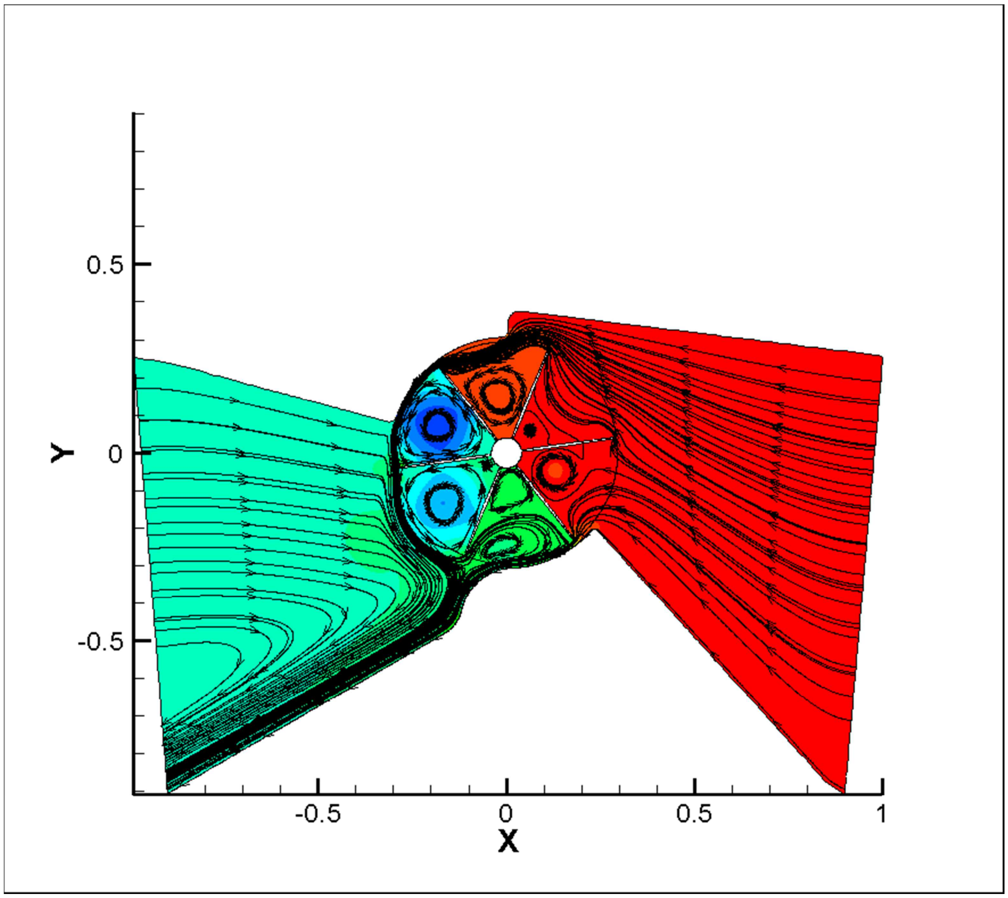

Figura 13. Omega = 5rad/s, V=3m/s, vant din dreapta.

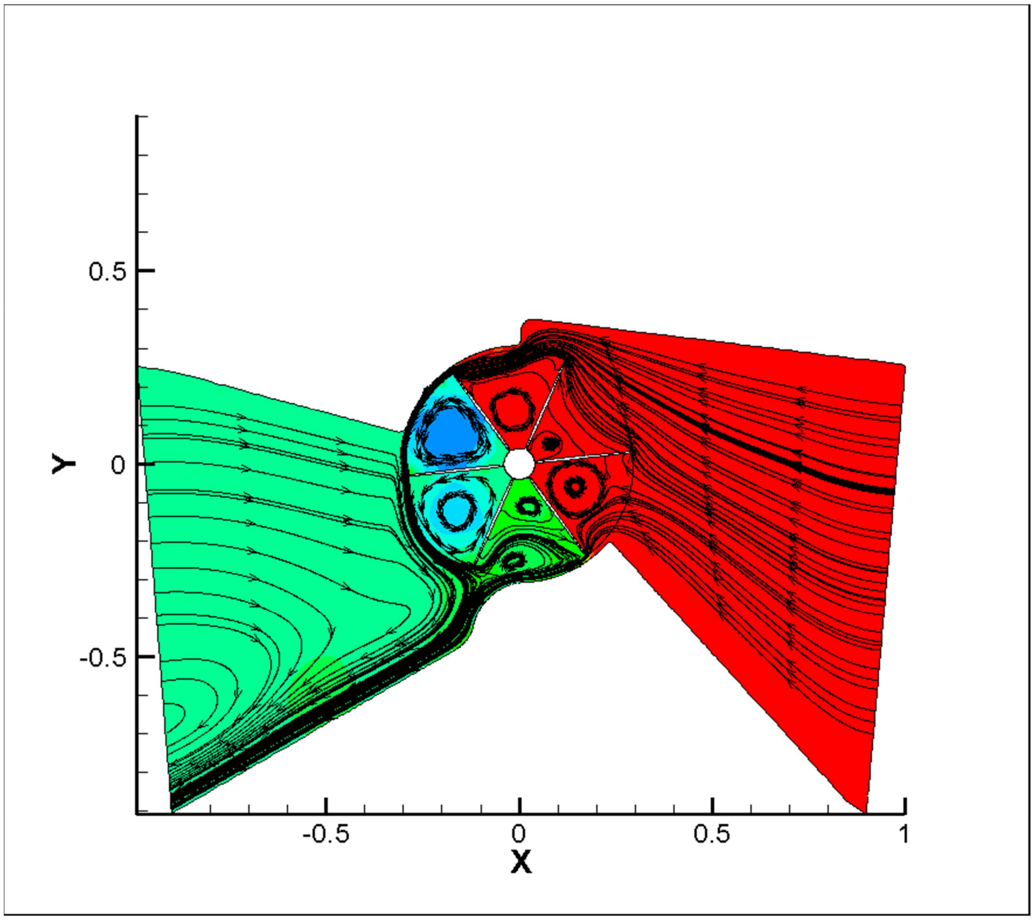

Figura 14. Omega = 10rad/s, V=3m/s, vant din dreapta.

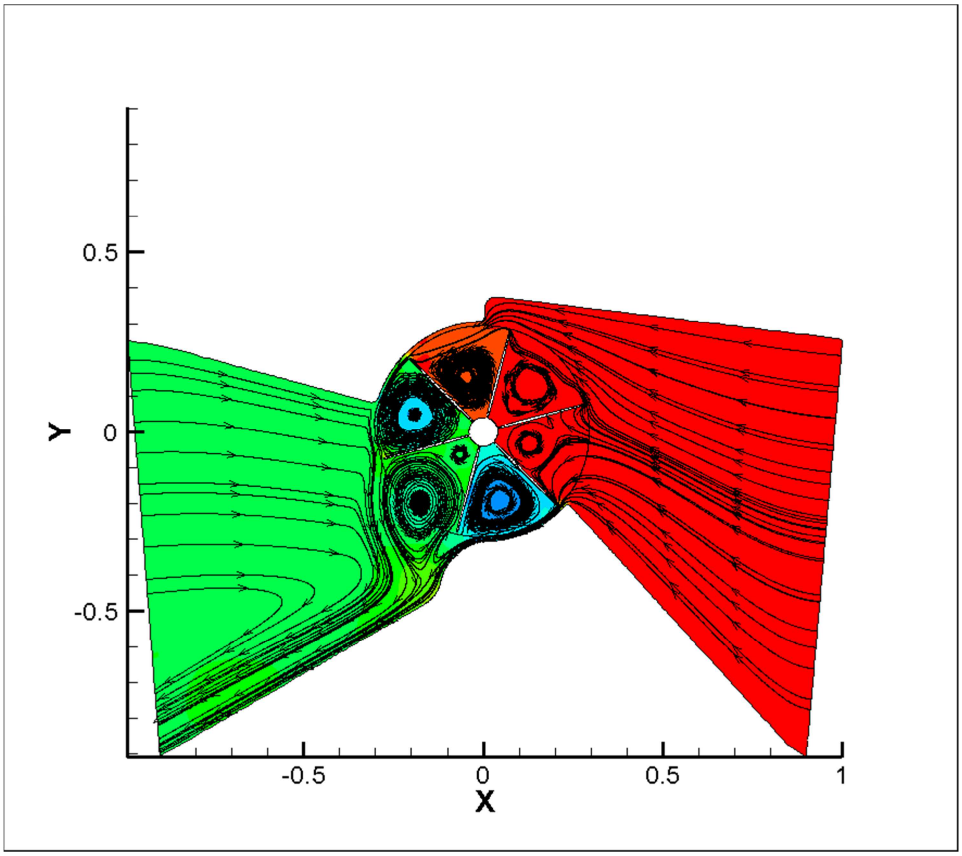

Figura 15. Omega = 10/ π rad/s, V=3m/s, vant din dreapta.

Se observa cum campul de viteze nu variaza foarte mult cu variatia vitezei de rotatie, fapt ce sugereaza ca procesul de optimizare este independent de turatia rotorului. Acest fapt simplifica procesul de optimizare. Tot din acest camp de viteze se pot sugera primii pasi ai procesului de optimizare: modificarea unghiului carcasei pentru a reduce cuplul negativ generat pe palele din jumatatea inferioara a rotorului. In cazul vantului din partea stanga cuplul negativ este generat pe palele in jumatatea superioara, iar procesul de optimizare a carcasei va avea ca efect alterarea jumatatii superioare a acesteia pentru a modifica unghiul de incidenta al vantului pe pale.

Concluzii si solutii propuse.

Prin schimbarea directiei vantului se observa o imbunatatire dramatica a coeficientului de moment aerodinamic, si implict si a coeficientului de putere, sitematizatat in tabelul 2.

Pentru rezolvarea acestei probleme de asimetrie recomandam reconfigurarea carcasei si/sau a rotorului in vederea obtinerii unor performante aerodinamice ce nu depind de directia vantului.

In acest sens avem in vedere mai multe solutii constructive:

- Reproiectarea carcasei avand in vedere pastrarea unui singur sens de rotatie a rotorului
- Reproiectarea carcasei avand in vedere asigurarea simetrie geometrice perfecte si folosirea unui rotor care sa schimbe sensul de rotatie
- Reproiectarea rotorului. Sugeram verificarea performantelor turbinea in cazul folosirii unui rotor de tip Savonius cu 3 pale torsionate si o carcasa cu prrofil simetric. Avantajele unui rotor de tip Savonius se regasesc in viteza de pornire mica si sensul unic de rotatie indiferent de directia vantului. Folosirea unor pale torsionate in lungul rotorului ar duce la uniformizarea momentului aerodinamic si implicit minimizarea vibratiilor induse de acesta.

  Pentru etapa urmatoare vom incerca de asemena extinderea anlizei CFD tinand cont si de efectul casei si a blocajului indus de rotor pentru aerul ce trece prin carcasa. Astfel se astepta obtinerea unor coeficienti de putere realist, mai mici decat cei din tabelele 1 si 2, pentru exploatare.

c_m	omega	Cp	V	R	TSR
0.56	10	0.56	3	0.3	1
0.88	5	0.44	3	0.3	0.5
1.07	3.2	0.34	3	0.3	0.32
0.94	5	0.14	10	0.3	0.15

Tabelul 2. – Valori cu vantul de la dreapta la stanga

! NOTA: - valorile ridicate pentru Cp din tabele sunt datorate conditiilor la limita idealizate din simularea numerica care nu tin cont de pierderea de debit la intrarea din carcasa datorata acumularii de presiune in fata rotorului.

ANEXA 1.

Codurile CFD contin 3 elemente principale:
- preprocesorul
- solverul
- post-procesorul

Preprocesorul

Preprocesarea consta in transmiterea conditiilor initiale ale curgerii de catre utilizatorul programului CFD prin intermediul unei interfete prietenoase si transmiterea acestor date intr-o forma adecvata solverului. In aceasta etapa, utilizatorul trebuie sa:

- defineasca geometria regiunii
- genereze reteaua: impartirea domeniului in celule (volume de control sau elemente) care nu trebuie sa se suprapuna
- alegerea fenomenelor fizice si chimice care trebuie modelate
- definirea proprietatilor fluidului
- specificarea conditiilor la limita pentru frontiere

Rezolvarea problemei gazodinamice consta in calcularea parametrilor gazodinamici in nodurile interioare ale retelei de calcul. Precizia calculului depinde mult de numarul de celule din retea. In general, daca creste numarul de celule, precizia calculului va creste. Atat precizia calculului cat si costul lui (resursele sistemului de calcul si timpul in care se face) depind mult de finetea retelei. Retelele optimale sunt adesea neuniforme: se indesesc in aria unde au loc variatii mari si se raresc in regiunile cu variatii mici. Se fac eforturi pentru a dezvolta programe CFD cu capabilitatea de a genera retele (auto)adaptive. Aceste programe vor indesi in mod automat reteaua in regiunile cu gradienti puternici. Mai este nevoie de multa cercetare pentru ca retelele autoadaptive sa fie suficient de robuste pentru a putea fi incorporate in codurile CFD comerciale. In momentul de fata, utilizatorii de coduri CFD trebuie sa aiba o abilitate ridicata pentru a genera retele care sa optimizeze precizia calculului si costul lui.

Peste 50% din timp, utilizatorii de coduri CFD il dedica definirii geometriei si generarii retelei. Pentru a creste productivitatea utilizatorilor de coduri CFD, se fac eforturi intense pentru a imbunatati interfata dintre utilizator si programul de calcul. Preprocesoarele moderne dau posibilitatea utilizatorului de a accesa biblioteci cu proprietatile fizice si chimice ale fluidelor obisnuite si posibilitatea de a folosi diferite modele ale fenomenelor fizice si chimice (modele de turbulenta, modele de ardere, modele de transfer al caldurii prin radiatie etc.) impreuna cu ecuatiile de baza ale curgerii.

Solverul

Exista 3 metode numerice de rezolvare ale ecuatiilor gazodinamice:
- metoda diferentelor finite
- metoda elementului finit
- metode spectrale

Metodele numerice efectueaza urmatorii pasi:

-1) aproximarea parametrilor necunoscuti prin functii simple

-2) discretizarea ecuatiilor gazodinamice si efectuarea unor transformari matematice

-3) rezolvarea ecuatiilor algebrice

Diferentele principale dintre cele 3 metode sunt date de modalitatea prin care sunt aproximate variabilele curgerii si de procesul de discretizare.

Metoda volumului finit a fost dezvoltata initial ca o aplicatie speciala a metodei diferentelor finite. Ea este folosita de 4 coduri CFD importante: FLUENT, CFX, FineOPEN-Numeca si STAR-CD. Algoritmul numeric are urmatorii pasi:

-1) integrarea ecuatiilor de baza ale curgerii pentru toate volumele de control ale domeniului de calcul

-2) discretizarea implica inlocuirea necunoscutelor printr-o varietate de aproximari de tipul diferentelor finite, din ecuatiile integrale ale curgerii care modeleaza procese cum ar fi convectia, difuzia si sursele. Prin aceasta tehnica, ecuatiile integrale se transforma intr-un sistem de ecuatii algebrice

-3) rezolvarea sistemului de ecuatii algebrice printr-o metoda iterativa

Primul pas, integrarea ecuatiilor de pe volumele de control, deosebeste metoda volumului finit de celelate metode CFD. In absenta erorilor de trunchiere si de rotunjire, rezultatele verifica exact ecuatiile de conservare pentru fiecare celula a retelei. Legatura stransa dintre algoritmul numeric si ecuatiile de conservare ale mecanicii fluidelor constituie unul dintre motivele principale ale utilizarii metodei volumului finit; datorita acestei legaturi, inginerii inteleg mai usor metoda volumului finit dacat elementul finit si metodele spectrale.

Conservarea variabilei generale ϕ a curgerii (conservarea masei, impulsului si energiei), pentru un volum de control finit poate fi exprimata printr-o ecuatie de echilibru intre diferite procese care tind sa o creasca sau sa o descreasca:

$$\begin{bmatrix}\text{Variatia temporala}\\ \text{a marimii } \phi \text{ in cadrul}\\ \text{volumului de control}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\text{fluxul marimii lui } \phi\\ \text{datorat convectiei}\\ \text{spre volumul de control}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\text{fluxul marimii lui } \phi\\ \text{datorat difuziei spre}\\ \text{volumul de control}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\text{crearea lui } \phi\\ \text{in interiorul}\\ \text{volumului}\\ \text{de control}\end{bmatrix}$$

Codurile CFD contin tehnice de discretizare adecvata pentru modelarea:

-1) fenomenelor de transport de baza: convectie (transport datorat curgerii fluidului) si difuzie (transport datorat variatiei lui ϕ de la un nod la altul, de exemplu fluxul termic)

-2) termenilor sursa (asociati cu crearea sau distrugerea lui ϕ, datorate injectiei, aspiratiei, reactiilor chimice etc.)

-3) variatiei temporale a lui ϕ din volumul de control

Deoarece fenomenele fizice de baza sunt complexe si neliniare ar fi bine de folosit o procedura iterativa. Cele mai utilizate proceduri numerice sunt:

- metoda TDMA pentru sistemele de ecuatii algebrice
- algoritmul SIMPLE

pentru a asigura legatura corecta dintre presiune si viteza.

Codurile CFD comerciale pot sa dea posibilitatea utilizatorului de a selecta tehnici mai recente, ca de exemplu algoritmul lui Stone si metodele de gradient conjugat.

Post-procesorul

In prezent, se depun eforturi intense pentru ameliorarea operatiei de post-procesare. Datorita raspandirii masive a statiilor de lucru, dintre care multe au capacitati grafice, codurile CFD moderne au facilitati de vizualizare a datelor. Acestea includ:

- vizualizarea geometriei si a retelei
- tiparirea vectorilor
- tiparirea conturului
- tiparirea suprafetelor 2D si 3D
- vizualizarea liniilor de curent
- manipulari ale imaginilor (translatie, rotatie, scalare etc.)
- fisiere de iesire pentru vizualizare

Mai recent, aceste facilitati pot sa includa vizualizare dinamica a rezultatelor si toate codurile CFD produc fisiere de iesire cu date numerice si au facilitati de export al datelor pentru a putea fi prelucrate de alte programe.

Probleme care apar in CFD

Convergenta este proprietatea unei metode numerice de a produce o solutie care tinde catre solutia exacta a problemei, atunci cand distanta dintre noduri, marimea volumului de control sau a elementului tind catre 0.

Consistenta schemei numerice este proprietatea ei de a produce un sistem de ecuatii algebrice care este echivalent cu sistemul initial de ecuatii, atunci cand pasul retelei tinde catre 0.

Stabilitatea este proprietatea schemei de a amortiza erorile care apar in timpul rularii ei.

Daca schema numerica nu este stabila, chiar erorile de rotunjire care apar in datele de intrare pot produce oscilatii mari sau divergenta.

De regula, convergenta este foarte dificil de stabilit teoretic si in practica se foloseste teorema de echivalenta a lui Lax care afirma ca pentru problemele liniare o conditie necesara si suficienta pentru convergenta este aceea ca metoda sa fie consistenta si stabila.

In metodele CFD, aceasta teorema este limitata deoarece ecuatiile de baza ale curgerii sunt neliniare. In astfel de probleme, consistenta si stabilitatea sunt conditii necesare pentru convergenta, dar nu si suficiente.

Incapacitatea noastra de a demonstra fara dubii ca o schema numerica este convergenta reprezinta o problema din punct de vedere teoretic. Din punct de vedere practic, nu trebuie sa fim prea ingrijorati deoarece construirea unor retele cu pas foarte apropriat de 0 nu este fezabila pe masinile de calcul care au o reprezentare finita a numerelor reale. Erorile de rotunjire ar putea sa conduca la divergenta solutiei, ceea ce ar face inutila realizarea unor retele cu pasul care sa tinda catre 0. Inginerii au nevoie de coduri CFD care produc rezultate realistice din punct de vedere fizic, cu o buna precizie in simularile cu retele cu un numar finit de noduri (uneori aceste retele sunt foarte rare). Patankar (1980) a enuntat reguli care conduc la scheme de calcul robuste, cu volume finite.

Cele 3 proprietati de baza ale robustetii schemelor numerice sunt: conservativitatea, limitarea si transportivitatea.

Metoda volumului finit respecta ecuatiile de conservare ale marimilor conservative ϕ pentru fiecare volum de control, deci ea are proprietatea de conservativitate.

Schemele numerice care au proprietatea de conservativitate respecta ecuatiile de conservare pentru intregul domeniu de calcul. Proprietatea de conservativitate este foarte importanta din punct de vedere fizic si se datoreaza proprietatii de consistenta ale expresiilor fluxurilor marimii ϕ prin suprafetele volumelor de control invecinate.

Proprietatea de limitare este apropriata de proprietatea de stabilitate. O schema numerica are proprietatea de limitare daca intr-o problema liniara, fara surse, solutia este marginita de o valoare de maxim si de una de minim. Limitarea poate fi indeplinita prin impunerea de limitari pentru valorile si semnele coeficientilor ecuatiilor algebrice. Desi problemele de curgere sunt neliniare, este important de a studia limitarea schemelor numerice care folosesc metoda volumului finit pentru probleme apropriate de cele ale curgerii, dar liniare.

Toate curgerile contin fenomene legate de convectie si difuzie. In fenomenele difuzive, ca de exemplu conductia de caldura, o schimbare a temperaturii intr-un punct influenteaza distributia de temperatura intr-o masura mai mare sau mai mica decat variatia de temperatura din acel punct, in toate directiile din jurul lui. Fenomenele convective influenteaza parametrii gazodinamici numai pe directia curgerii. Schemele de volum finit cu proprietatea de transportivitate trebuie sa tina seama de intensitatea difuziei si convectiei pe directii.

Conservativitatea, limitarea si transportivitatea sunt prezente in toate schemele numerice cu volum finit si datorita lor, codurile CFD pot simula cu succes curgerea. Un bun cod CFD trebuie sa faca adesea un compromis acceptabil intre precizia rezultatelor si stabilitate. Utilizatorul de CFD are nevoie de o evaluare detaliata a gradului in care cerintele de conservativitate, limitare si transportivitate sunt indeplinite de program.

CFD necesita o inalta pregatire din partea programatorului si utilizatorului. Specificarea domeniului de calcul si construirea retelei sunt principalele sarcini ale etapei de preprocesare si de ele depinde intr-o mare masura obtinerea de rezultate bune deoarece ele au o mare influenta asupra convergentei procedeului iterativ. Accelerarea convergentei poate obtinuta prin setarea diferitilor factori de relaxare si a mecanismelor de accelerare; dar nu exista reguli universal valabile pentru setarea acestor parametri deoarece valorile lor depind mult de tipul problemei. Utilizatorul trebuie sa aiba o experienta considerabila pentru a putea accelera convergenta procedeului numeric.

Nu exista relatii analitice de estimare a relatiilor introduse de o retea inadecvata pentru o curgere oarecare. Construirea unei retele bune initiale se bazeaza mult pe intuitia curgerii. Cunoasterea unor probleme din mecanica fluidelor si experienta in construirea unor retele pentru probleme similare ne ajuta mult. Singura modalitate de a elimina erorile datorate unei retele rare este de a studia influenta desimii retelei asupra rezultatelor. Acest studiu este un procedeu iterativ de rafinare a retelei initiale pana cand parametrii de baza ai curgerii nu se mai modifica; atunci simularea curgerii este independenta de retea. Un studiu sistematic pentru obtinerea unor retele care sa nu influenteze rezultatele constituie o parte importanta a tuturor lucrarilor CFD de inalta calitate.

Fiecare algoritm numeric are propriile sale erori. Termenii eufemisti pentru eroare in CFD sunt: difuzia numerica, difuzia falsa si curgerea numerica. De regula, erorile pot fi estimate numai prin cunoasterea detaliata a algoritmilor numerici. La sfarsitul simularii numerice, utilizatorul trebuie sa aprecieze daca rezultatele sunt “suficient de bune”. Este imposibil de a evalua validitatea modelelor fizice si chimice dintr-un cod CFD sau precizia rezultatelor finale fara a le compara cu cele experimentale. Validarea unui cod CFD necesita cunostinte detaliate despre conditiile la limita ale problemei.

Modele de turbulenta si ecuatiile Navier-Stokes mediate Reynolds.

Modelul ecuatiilor mediate Reynolds este, la ora actuala, principalul model de calcul al curgerilor turbulente. Medierea ecuatiilor Navier-Stokes conduce la aparitia unor termeni suplimentari care sunt interpretati ca tensiuni aparente si fluxuri termice aparente asociate cu miscarea turbulenta. Acesti termeni sunt exprimati in functie de parametrii medii prin intermediul modelelor de turbulenta care sunt necesare pentru inchiderea sistemului de ecuatii mediate Reynolds. Din nefericire, modelele de turbulenta introduc ipoteze suplimentare, care, de regula, nu mai constituie o reflectare stricta a principiilor generale de conservare.

Rezultatele experimentale arata ca parametrii fluidului intr-o miscare turbulenta prezinta caracteristicile unor variabile aleatoare, de unde rezulta posibilitatea utilizarii medierii statistice. Astfel, daca a_k, k = 1, 2,..., n sunt valorile unei variabile aleatorii realizate in cadrul a n realizari independente ale aceluiasi fenomen fizic, valoarea mediei statistice $\langle a \rangle$ este definita de urmatoarea relatie:

$$\langle a \rangle = \lim_{n\to\infty} \frac{\sum_{k=1}^{n} a_k}{n} \tag{1.1}$$

Se defineste fluctuatia a' a marimii a ca fiind abaterea fata de valoarea medie:

$$a' = \langle a \rangle - a \tag{1.2}$$

Este evident ca media fluctuatiei este nula:

$$\langle a' \rangle = 0 \tag{1.3}$$

dar ecartul (dispersia, variatia) fluctuatiei nu este nula:

$$\langle a'^2 \rangle = \lim_{n\to\infty} \frac{\sum_{k=1}^{n} \left(a_k - \langle a \rangle\right)^2}{n} \neq 0 \tag{1.4}$$

Un alt tip de mediere, cu aplicatii directe in dinamica fluidelor compresibile este medierea ponderata masic (Favre). In acest caz, doar densitatea si presiunea se medieaza statistic iar pentru toti ceilalti parametri (viteza, temperatura, entalpia etc.), valoarea medie se defineste prin urmatoarea relatie:

$$\tilde{a} = \frac{\langle \rho a \rangle}{\langle \rho \rangle} \tag{1.5}$$

unde *a* reprezinta una dintre marimile mentionate mai sus. Si in acest caz, fluctuatia a'' se exprima prin diferenta dintre valoarea instantanee si valoarea medie:

$$a'' = a - \tilde{a} \tag{1.6}$$

Pentru medierea ponderata masic, se poate arata ca:

$$\langle a'' \rangle = -\frac{\langle \rho' a' \rangle}{\langle \rho \rangle} \neq 0, \quad \langle \rho a'' \rangle = 0 \tag{1.7}$$

Pentru obtinerea ecuatiilor Navier-Stokes mediate Reynolds, in cazul general al fluidului compresibil se va utiliza medierea ponderata masic (Favre), iar in regim incompresibil, se va utiliza medierea statistica.

Astfel, se vor defini urmatoarele valori medii:

$$\tilde{u}_i = \frac{\langle \rho u_i \rangle}{\langle \rho \rangle}, \quad H = \frac{\langle \rho H \rangle}{\langle \rho \rangle}, \quad T = \frac{\langle \rho T \rangle}{\langle \rho \rangle} \tag{1.8}$$

si fluctuatiile:

$$\rho' = \rho - \langle \rho \rangle, \quad u''_i = u_i - \tilde{u}_i, \quad H'' = H - H, \quad T'' = T - H \tag{1.9}$$

Se observa ca mediile fluctuatiilor cu exceptia densitatii si presiunii nu sunt nule:

$$\langle u''_i \rangle = -\frac{\langle \rho' u'_i \rangle}{\langle \rho \rangle} \neq 0, \quad \langle H'' \rangle = -\frac{\langle \rho' H' \rangle}{\langle \rho \rangle} \neq 0, \quad \langle T'' \rangle = -\frac{\langle \rho' T' \rangle}{\langle \rho \rangle} \neq 0 \tag{1.10}$$

dar

$$\langle \rho' \rangle = 0, \quad \langle \rho u''_i \rangle = 0, \quad \langle \rho H'' \rangle = 0, \quad \langle \rho T'' \rangle = 0 \tag{1.11}$$

Pe de alta parte, putem sa definim si alte fluctuatii, de exemplu fata de media statistica:

$$u'_i = u_i - \langle u_i \rangle, \quad H' = H - \langle H \rangle, \quad T' = T - \langle T \rangle \tag{1.12}$$

pentru care, media fluctuatiei este nula:

$$\langle u'_i \rangle = 0, \quad \langle H' \rangle = 0, \quad \langle T' \rangle = 0 \tag{1.13}$$

Ecuatiile Navier-Stokes mediate Reynolds se obtin din ecuatiile Navier-Stokes mediate, in care valorile instantanee ale parametrilor sunt descompuse in valori medii si fluctuatii, utilizand medierea ponderata masic (Favre) pentru regimul compresibil si medierea statistica pentru regimul incompresibil.

Ecuatia mediata de continuitate este:

- in regim compresibil:

$$\frac{\partial \langle \rho \rangle}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\langle \rho \rangle \tilde{u}_i \right) = 0 \tag{1.14}$$

- in regim incompresibil:

$$\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_i} = 0 \tag{1.15}$$

Ecuatiile mediate de impuls sunt:

- in regim compresibil:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\langle \rho \rangle \tilde{u}_i\right) + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\langle \rho \rangle \tilde{u}_i \tilde{u}_j\right) = -\frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\tilde{\tau}_{ij} - \langle \rho u"_i u"_j \rangle\right), \quad i,j = 1,2,3 \tag{1.16}$$

unde:

$$\tilde{\tau}_{ij} = \mu\left[\left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3}\frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k}\delta_{ij}\right] + \mu\left[\left(\frac{\partial \langle u"_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle u"_j \rangle}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3}\frac{\partial \langle u"_k \rangle}{\partial x_k}\delta_{ij}\right], i,j,k = 1,2,3 \tag{1.17}$$

- in regim incompresibil:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho \langle u_i \rangle\right) + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho \langle u_i \rangle \langle u_j \rangle\right) = -\frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\langle \tau_{ij} \rangle - \rho \langle u'_i u'_j \rangle\right), \quad i,j = 1,2,3 \tag{1.18}$$

unde:

$$\langle \tau_{ij} \rangle = \mu\left[\left(\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3}\frac{\partial \langle u_k \rangle}{\partial x_k}\delta_{ij}\right], \; i,j,k = 1,2,3 \tag{1.19}$$

In continuare, voi face 2 observatii pentru ecuatiile mediate de impuls:

1) in ecuatiile mediate de impuls, termenii $-\langle \rho u"_i u"_j \rangle$ si $-\rho \langle u'_i u'_j \rangle$ au semnificatia unor tensiuni aparente numite tensiuni Reynolds sau tensiuni turbulente, care se calculeaza prin folosirea unui model de turbulenta

2) daca se va considera si fluctuatia vascozitatii moleculare μ, se va obtine o expresie si mai complicata pentru tensiunea de frecare mediata masic $\tilde{\tau}_{ij}$. In general, analiza ordinului de marime a termenilor din relatia tensiunii de frecare mediata masic $\tilde{\tau}_{ij}$ arata ca ultima paranteza dreapta poate fi neglijata:

$$\tilde{\tau}_{ij} \cong \mu\left[\left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3}\frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k}\delta_{ij}\right], \; i,j,k = 1,2,3 \tag{1.20}$$

Ecuatia mediata a energiei are una din formele urmatoare:

- in regim compresibil, daca se alege ca necunoscuta energia totala mediata masic, se obtine urmatoarea relatie:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\langle \rho \rangle E\right) + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\langle \rho \rangle \tilde{u}_j H\right) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\tilde{\tau}_{ij}\tilde{u}_i + \langle u"_i \tau_{ij} \rangle - \langle \rho u"_j H" \rangle + k\frac{\partial T}{\partial x_j}\right) \tag{1.21}$$

unde:

$$H = E + \frac{\langle p \rangle}{\langle \rho \rangle} \tag{1.22}$$

- in regim compresibil, daca se alege ca necunoscuta temperatura statica mediata masic, se obtine urmatoarea relatie:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\langle\rho\rangle c_p T\right)+\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\langle\rho\rangle c_p \tilde{u}_j T\right)=$$
$$\frac{\partial\langle p\rangle}{\partial t}+\tilde{u}_j\frac{\partial\langle p\rangle}{\partial x_j}+\left\langle u''_j\frac{\partial p'}{\partial x_j}\right\rangle+\frac{\partial}{\partial x_j}\left[k\left(\frac{\partial T}{\partial x_j}+\frac{\partial\left\langle T''\right\rangle}{\partial x_j}\right)-c_p\left\langle\rho u''_j T''\right\rangle\right]+\Phi \tag{1.23}$$

unde:

$$\Phi=\left\langle\tau_{ij}\right\rangle\frac{\partial\tilde{u}_i}{\partial x_j}+\left\langle\tau''_{ij}\frac{\partial u''_i}{\partial x_j}\right\rangle \tag{1.24}$$

- in regim incompresibil, daca se alege ca necunoscuta energia totala mediata statistic, se obtine urmatoarea relatie:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho\langle E\rangle\right)+\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho\left\langle u_j\right\rangle\langle H\rangle\right)=\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\left\langle\tau_{ij}\right\rangle\left\langle u_i\right\rangle+\left\langle u'_i\,\tau_{ij}\right\rangle-\rho\left\langle u'_j\,H'\right\rangle+k\frac{\partial\langle T\rangle}{\partial x_j}\right) \tag{1.25}$$

- in regim incompresibil, daca se alege ca necunoscuta temperatura statica mediata statistic, se obtine urmatoarea relatie:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho c_p\langle T\rangle\right)+\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho c_p\left\langle u_j\right\rangle\langle T\rangle\right)=$$
$$\frac{\partial\langle p\rangle}{\partial t}+\left\langle u_j\right\rangle\frac{\partial\langle p\rangle}{\partial x_j}+\left\langle u'_j\frac{\partial p'}{\partial x_j}\right\rangle+\frac{\partial}{\partial x_j}\left(k\frac{\partial\langle T\rangle}{\partial x_j}-\rho c_p\left\langle u'_j\,T'\right\rangle\right)+\langle\Phi\rangle \tag{1.26}$$

unde:

$$\langle\Phi\rangle=\left\langle\tau_{ij}\right\rangle\frac{\partial\left\langle u_i\right\rangle}{\partial x_j}+\left\langle\tau'_{ij}\frac{\partial u'_i}{\partial x_j}\right\rangle \tag{1.27}$$

In concluzie, ecuatiile Navier-Stokes mediate Reynolds se pot scrie in urmatoarea forma:

- ecuatia de continuitate:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\rho u_i\right)=0 \tag{1.28}$$

- ecuatiile de impuls:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho u_i\right)+\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho u_i u_j\right)=-\frac{\partial p}{\partial x_i}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\tau_{ij}-\left\langle\rho u'_i\,u'_j\right\rangle\right),\quad i,j=1,2,3 \tag{1.29}$$

- ecuatia energiei:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho E\right)+\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho u_j H\right)=\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\tau_{ij}u_i+\left\langle u'_i\,\tau_{ij}\right\rangle-\left\langle\rho u'_j\,H'\right\rangle+k\frac{\partial T}{\partial x_j}\right) \tag{1.30}$$

in care ρ, u_i, p, E, H, T, τ_{ij} reprezinta valorile medii ale marimilor respective iar cu prim s-au notat fluctuatiile acestora. Pentru cazul general compresibil, se vor subintelege mediile ponderate masic (cu exceptia densitatii si presiunii care se medieaza statistic), iar pentru cel incompresibil, mediile statistice. De asemenea, fluctuatiile vor fi calculate de fiecare data in raport cu media adoptata. Aceasta scriere pune in evidenta asemanarea cu ecuatiile Navier-Stokes pentru valori instantanee, precum si termenii suplimentari care apar in ecuatiile de impuls si ale energiei si care se calculeaza folosind un model de turbulenta. Corelatiile $\langle u'_i \tau_{ij} \rangle$ participa la schimbul de energie dintre campul fluctuant si campul mediat dar au o pondere mai mica in modelul ecuatiilor Navier-Stokes mediate Reynolds decat tensiunile Reynolds $-\langle \rho u'_i u'_j \rangle$ sau fluxul termic turbulent $-\langle \rho u'_j H' \rangle$ si din aceasta cauza sunt neglijate de unele modele de turbulenta.

Inchiderea sistemelui de ecuatii Navier-Stokes mediate Reynolds necesita modelarea tensiunilor Reynolds $-\langle \rho u'_i u'_j \rangle$ care apar in ecuatiile de impuls si a fluxurilor turbulente de caldura $-\langle \rho u'_j H' \rangle$ care apar in ecuatia energiei, printr-un model de turbulenta. La ora actuala, nu exista un model de turbulenta acceptabil pentru orice miscare turbulenta deoarece toate modelele cunoscute prezinta limite care restrang gama domeniului lor de aplicabilitate.

O clasificare a modelelor de turbulenta se poate face dupa numarul de ecuatii diferentiale cu derivate partiale (sau ecuatii de transport) care se ataseaza sistemului de ecuatii Navier-Stokes mediate Reynolds pentru inchiderea acestuia. Astfel, intalnim modele de turbulenta cu zero ecuatii diferentiale (numite si modele algebrice care nu se prea mai utilizeaza in prezent), modele cu o ecuatie de transport, modele cu doua ecuatii (care sunt cele mai utilizate, in prezent) etc. Mentionez ca modelul cel mai complex cuprinde 12 ecuatii diferentiale cu derivate partiale.

Intr-un strat limita turbulent, exista minim 2 zone distincte:

- o zona departe de perete (zona externa) care este controlata de turbulenta
- o zona in vecinatatea peretelui (zona interna), controlata de vascozitate

Aceasta zonare deriva direct din analiza datelor experimentale referitoare la tensiunea totala din fluid. S-a constatat ca tensiunea totala τ^{eff} este data practic de componenta turbulenta $-\langle \rho u'_i u'_j \rangle$ pe aproape toata grosimea stratului limita (aproximativ 90%) cu exceptia unei mici vecinatati a peretelui unde vascozitatea moleculara devine predominanta.

In zona interna, se poate pune in evidenta, existenta a trei subzone:

1) substratul vascos in care legea de variatie a vitezelor se constituie intr-o lege universala:

$$u^+ = y^+ \tag{1.31}$$

unde:

$$u^+ = \frac{u}{u_\tau}, \quad y^+ = \frac{u_\tau y}{\nu} \tag{1.32}$$

iar viteza de frecare u_τ este definita de urmatoarea relatie:

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_P}{\rho}} \tag{1.33}$$

unde τ_P reprezinta efortul de frecare la perete.

Substratul vascos, denumit uneori incorect si substrat laminar (deoarece fluctuatiile vitezei sunt prezente) acopera zona de la perete pana la $y^+ \approx 4(5)$.

2) substratul inertial (sau logaritmic) se caracterizeaza de asemenea printr-o lege universala de distributie a vitezelor (numita legea logaritmica sau legea la perete):

$$u^{+} = \frac{1}{\kappa} \ln y^{+} + C \tag{1.34}$$

unde $\kappa \approx$ 0.41 este constanta lui von Kármán iar *C* este o constanta universala a carei valoare este aproximativ 5.25. Experientele arata ca legea logaritmica exista in conditii foarte variate, cum ar fi curgerile cu gradient puternic de presiune (in cazul gradientului advers de presiune, pana in vecinatatea punctului de separare) sau curgeri turbulente la numere Reynolds mici. Experientele arata ca legea la perete este verificata pentru $y^{+} \geq 40$.

3) substratul tampon (sau de buffer) dezvoltat intre substratul vascos si cel inertial deci, corespunzator intervalului $5 < y^{+} < 40$.

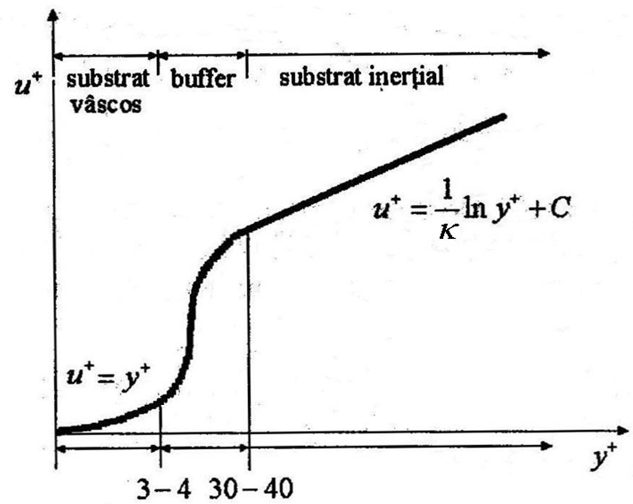

Figura 1. Legea la perete

Boussinesq a propus ca tensiunile aparente (turbulente) sa fie exprimate in functie de vitezele medii de deformatie prin intermediul unei vascozitati aparente (turbulente):

$$-\rho \left\langle u'_{i} u'_{j} \right\rangle + \frac{2}{3} k \delta_{ij} = \mu_{t} \left(\frac{\partial u_{i}}{\partial x_{j}} + \frac{\partial u_{j}}{\partial x_{i}} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_{k}}{\partial x_{k}} \delta_{ij} \right) \tag{1.35}$$

Pentru problema stratului limita, ipoteza lui Boussinesq devine:

$$-\rho \left\langle u'v' \right\rangle = \mu_{t} \frac{\partial u}{\partial y} \tag{1.36}$$

Ipoteza lui Boussinesq se bazeaza pe analogia dintre transportul de impuls prin agitatia turbulenta si agitatia moleculara cu toate ca aceasta analogie nu este justificata deoarece agitatia moleculara este independenta de miscare si exista si in fluidele aflate in repaus, pe cand fluctuatiile turbulente sunt intrinsec legate de miscare. Dezavantajul major al ipotezei lui Boussinesq consta in faptul ca presupune ca vascozitatea turbulenta este o marime scalara izotropica ceea ce nu este prea corect, mai ales pentru curgerile cu vartejuri puternice, curgerile secundare etc.

Prin analogie directa cu transportul de impuls turbulent, fluxul termic turbulent poate fi exprimat in functie de gradientul de temperatura:

$$-\rho\left\langle u'_j T'\right\rangle = \rho\alpha_t \frac{\partial T}{\partial x_j} \tag{1.37}$$

unde α_t este coeficientul de difuzie termica turbulenta. Analogia Reynolds dintre transportul de impuls si transportul de caldura presupune ca difuzivitatea termica aparenta α_t este legata de vascozitatea turbulenta μ_t printr-o relatie de forma:

$$\alpha_t = \frac{\nu_t}{\mathrm{Pr}_t} = \frac{\mu_t / \rho}{\mathrm{Pr}_t} \tag{1.38}$$

unde Pr_t este numarul Prandtl turbulent care se considera de regula, constant. Totusi cercetari recente au pus in evidenta o variatie a numarului Prandtl turbulent pe grosimea stratului limita, iar calcule mai exacte ale transferului termic turbulent se fac in prezent, cu renuntarea la ipoteza numarului Prandtl turbulent constant.

Avand drept criteriu utilizarea ipotezei lui Boussinesq, se pun in evidenta doua categorii de modele de turbulenta:

- modele de vascozitate aparenta (care utilizeaza ipoteza lui Boussinesq)
- modele cu ecuatii de transport a tensiunilor Reynolds care nu introduc conceptul de vascozitate aparenta.

Modelele cu 2 ecuatii de transport sunt modelele de turbulenta cele mai frecvent utilizate la ora actuala in aplicatiile ingineresti. Aceste modele permit atat calculul energiei cinetice turbulente *k* cat si a scarii de lungimi $\hat{l}$ pentru structurile turbulente de talie mare (structurile energetice). Scara de lungimi sau o marime echivalenta este determinata din a doua ecuatie de transport, prima ecuatie fiind ecuatia de transport a energiei cinetice turbulente. Modelele cu doua ecuatii sunt modele complete de turbulenta deoarece pot fi utilizate pentru calculul proprietatilor unei miscari turbulente fara a cunoaste a priori structura acesteia.

Prezentarea modelului de turbulenta SST *k*-ω.

In cele ce urmeaza, voi prezenta modelul de turbulenta **SST *k*-ω** care a fost dezvoltat de catre Menter pentru a combina avantajele modelelor de turbulenta *k*-ω si *k*-ε. Ecuatiile de transport ale modelul de turbulenta SST *k*-ω sunt similare cu acelea ale modelul de turbulenta *k*-ω:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j}\right) + G_k - Y_k \tag{1.40}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \omega u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j}\right) + G_\omega - Y_\omega + D_\omega \tag{1.41}$$

Difuzivitatile pentru modelul de turbulenta SST k-ω sunt date de urmatoarele relatii:

$$\Gamma_k = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \tag{1.42}$$

$$\Gamma_\omega = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \tag{1.43}$$

unde σ_k si σ_ω sunt numerele Prandtl turbulente pentru energia cinetica turbulenta k si disipatia ei specifica ω:

$$\sigma_k = \frac{1}{\dfrac{F_1}{\sigma_{k,1}} + \dfrac{1-F_1}{\sigma_{k,2}}} \tag{1.44}$$

$$\sigma_\omega = \frac{1}{\dfrac{F_1}{\sigma_{\omega,1}} + \dfrac{1-F_1}{\sigma_{\omega,2}}} \tag{1.45}$$

Constantele acestui model de turbulenta $\sigma_{k,1}$, $\sigma_{k,2}$, $\sigma_{\omega,1}$ si $\sigma_{\omega,2}$ au urmatoarele valori:

$$\sigma_{k,1} = 1.176 \tag{1.46}$$

$$\sigma_{k,2} = 1.0 \tag{1.47}$$

$$\sigma_{\omega,1} = 2.0 \tag{1.48}$$

$$\sigma_{\omega,2} = 1.168 \tag{1.49}$$

iar functiile F_1 si Φ_1 sunt date de urmatoarele relatii:

$$F_1 = \tanh\left(\Phi_1^4\right) \tag{1.50}$$

$$\Phi_1 = \min\left[\max\left(\frac{\sqrt{k}}{0.09\omega y_P}, \frac{500\mu}{\rho y_P^2 \omega}\right), \frac{4\rho k}{\sigma_{\omega,2} D_\omega^+ y^2}\right] \tag{1.51}$$

unde y_P este distanta pana la cel mai apropiat perete si D_ω^+ este partea pozitiva a termenului de difuzie transversala:

$$D_\omega^+ = \max\left[2\rho \frac{1}{\sigma_{\omega,2}} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j},\ 10^{-20}\right] \tag{1.52}$$

Difuzia turbulenta μ_t se calculeaza cu relatia:

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega} \frac{1}{\max\left[\dfrac{1}{\alpha^*}, \dfrac{\Omega F_2}{a_1 \omega}\right]} \tag{1.53}$$

unde

$$\Omega = \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}} \tag{1.54}$$

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \tag{1.55}$$

$$F_2 = \tanh\left(\Phi_2^2\right) \tag{1.56}$$

$$\Phi_2 = \max\left[2\frac{\sqrt{k}}{0.09\omega y_P}, \frac{500\mu}{\rho y_P^2\omega}\right] \tag{1.57}$$

$$a_1 = 0.31 \tag{1.58}$$

In ecuatia de transport pentru ρk, G_k reprezinta generarea energiei cinetice turbulente *k* si este definit de urmatoarea relatie:

$$G_k = \min\left(G_k, 10\rho\beta^* k\omega\right) \tag{1.59}$$

unde G_k reprezinta generarea energiei cinetice turbulente *k*, calculata la fel ca pentru modelul de turbulenta standard *k*-ω:

$$G_k = \mu_t S^2 \tag{1.60}$$

unde modulul tensorului *S* este definit la fel ca pentru modelul de turbulenta standard *k*-ε:

$$S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}} \tag{1.61}$$

unde tensorul vitezelor de deformatie S_{ij} este definit de relatia:

$$S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right) \tag{1.62}$$

Coeficientul β^* este definit de urmatoarea relatie:

$$\beta^* = \beta_i^*\left[1 + \zeta^* F\left(M_t\right)\right] \tag{1.63}$$

unde

$$\beta_i^* = \beta_\infty^* \frac{\frac{4}{15} + \left(\frac{\mathrm{Re}_t}{\mathrm{R}_\beta}\right)^4}{1 + \left(\frac{\mathrm{Re}_t}{\mathrm{R}_\beta}\right)^4} \tag{1.64}$$

$$\beta_\infty^* = 0.09 \tag{1.65}$$

$$\mathrm{Re}_t = \frac{\rho k}{\mu\omega} \tag{1.66}$$

$$R_\beta = 8 \tag{1.67}$$

$$\zeta^* = 1.5 \tag{1.68}$$

iar functia de compresibilitate $F(M_t)$ este data de relatia:

$$F\left(M_t\right) = \begin{cases} 0 & , M_t \le M_{t0} \\ M_t^2 - M_{t0}^2 & , M_t > M_{t0} \end{cases} \tag{1.69}$$

unde

$$M_t^2 = \frac{2k}{c^2} \tag{1.70}$$

$$M_{t0} = 0.25 \tag{1.71}$$

$$c = \sqrt{\gamma R T} \tag{1.72}$$

In ecuatia de transport pentru $\rho\omega$, G_ω reprezinta genererarea disipatiei turbulente specifice ω si se calculeaza cu relatia:

$$G_\omega = \frac{\alpha}{\nu_t} G_k = \frac{\alpha}{\frac{\mu_t}{\rho}} G_k \tag{1.73}$$

Este important de subliniat ca definitia de mai sus difera de aceea din modelul de turbulenta standard *k-ω* dar coeficientul α este definit in aceeasi maniera ca pentru modelul de turbulenta standard *k-ω*:

$$\alpha = \frac{\alpha_\infty}{\alpha^*} \left(\frac{\alpha_0 + \mathrm{Re}_t / \mathrm{R}_\omega}{1 + + \mathrm{Re}_t / \mathrm{R}_\omega} \right) \tag{1.74}$$

unde

$$\alpha^* = \alpha^*_\infty \left(\frac{\alpha^*_0 + \mathrm{Re}_t / R_k}{1 + \mathrm{Re}_t / R_k} \right) \tag{1.75}$$

$$R_k = 6 \tag{1.76}$$

$$R_\omega = 2.95 \tag{1.77}$$

$$\alpha_0 = \frac{1}{9} \tag{1.78}$$

$$\alpha^*_\infty = 1 \tag{1.79}$$

$$\alpha^*_0 = \frac{\beta_i}{3} \tag{1.80}$$

$$\beta_i = 0.072 \tag{1.81}$$

In modelul de turbulenta standard *k-ω*, α_∞ este definit ca o constanta (0.52), dar in modelul de turbulenta SST k-ω, α_∞ este definit ca o functie:

$$\alpha_\infty = F_1 \alpha_{\infty,1} + (1 - F_1) \alpha_{\infty,2} \tag{1.82}$$

unde

$$\alpha_{\infty,1} = \frac{\beta_{i,1}}{\beta^*_\infty} - \frac{\kappa^2}{\sigma_{\omega,1}\sqrt{\beta^*_\infty}} \tag{1.83}$$

$$\alpha_{\infty,2} = \frac{\beta_{i,2}}{\beta^*_\infty} - \frac{\kappa^2}{\sigma_{\omega,2}\sqrt{\beta^*_\infty}} \tag{1.84}$$

$$\beta_{i,1} = 0.075 \tag{1.85}$$

$$\beta_{i,2} = 0.0828 \tag{1.86}$$

$$\kappa = 0.41 \tag{1.87}$$

Termenul Y_k reprezinta disiparea energiei cinetice turbulente *k* si este definit intr-o maniera similara ca in modelul de turbulenta standard *k-ω* dar difera modalitatea in care termenul f_{β^*} este evaluat. In modelul de turbulenta standard k-ω, f_{β^*} este definit ca o constanta, dar in modelul de turbulenta SST k-ω, f_{β^*} este o constanta egala cu 1. Prin urmare, disiparea energiei cinetice turbulente k este data de relatia:

$$Y_k = \rho\beta^* k\omega \tag{1.88}$$

Termenul Y_ω reprezinta distrugerea disipatiei turbulente specifice ω si este definit intr-o maniera similara ca in modelul de turbulenta standard k-ω. Diferenta consta in modalitatea in care termenii β_i si f_β sunt evaluati. In modelul de turbulenta standard k-ω, β_i este o constanta (0.072) si f_β este o functie, dar in modelul de turbulenta SST k-ω, f_β este o constanta egala cu 1. Prin urmare,

$$Y_\omega = \rho\beta\omega^2 \tag{1.89}$$

unde

$$\beta = \beta_i\left[1 - \frac{\beta_i^*}{\beta_i}\zeta^* F\left(M_t\right)\right] \tag{1.90}$$

Spre deosebire de modelul de turbulenta standard k-ω unde β_i este o constanta (0.072), in modelul de turbulenta SST k-ω, β_i este o functie:

$$\beta_i = F_1\beta_{i,1} + \left(1 - F_1\right)\beta_{i,2} \tag{1.91}$$

Modelul de turbulenta SST k-ω se bazeaza pe modelele de turbulenta standard k-ω si standard k-ε. Pentru a combina cele 2 modele de turbulenta, modelul standard k-ε a fost transformat in ecuatii avand ca necunoscute k si ω care a condus la introducerea termenului de difuzie transversala D_ω in ecuatia de transport pentru $\rho\omega$, definit de urmatoarea relatie:

$$D_\omega = 2\left(1 - F_1\right)\rho\sigma_{\omega,2}\frac{1}{\omega}\frac{\partial k}{\partial x_j}\frac{\partial \omega}{\partial x_j} \tag{1.92}$$

Din punct de vedere, al conditiilor la limita, la intrare, trebuie impuse produsele ρk si $\rho\omega$, iar la iesire, nu trebuie impusa nici o conditie atata vreme cat curgerea nu este inversata. Pentru a utiliza in mod eficient acest model de turbulenta, marimea adimensionala y^+ care semnifica distanta nodurilor grilei spatiale fata de cel mai apropiat perete solid ar trebui sa aiba valoarea in jurul unitatii pentru celulele de calcul avand cel putin o frontiera solida. In acest caz, Menter a recomandat urmatoarele conditii la limita:

$$k_P = 0 \tag{1.93}$$

$$\omega_P = 10\frac{6\nu}{\beta_{i,1}y_P^2} \tag{1.94}$$

unde y_P este distanta pana la cel mai apropiat perete. Este important de subliniat ca Wilcox, tinand seama de rugozitatea peretilor a recomandat alte relatii pentru ω_P.